

Série 8b

Problème 8b.1 – microscope à force atomique (AFM)

Le principe du microscope à force atomique (AFM) est de mesurer la topologie d'une surface en enregistrant la déflexion d'une poutre micrométrique qu'on déplace sur la surface. Pour cela, on utilise une poutre micro-usinée avec une pointe pyramidale (le triangle sur le dessin 8a.1.1.) indéformable dont l'extrémité très fine (rayon de courbure de quelques nanomètres) touche la surface à scanner.

Pour ce problème, on s'intéresse à deux cas de figure :

1. On appuie la pointe sur la surface plate, zone A.
2. On appuie la pointe sur la surface inclinée, zone B.

Le contact avec les surfaces A et B se fait sans aucun frottement. L'extrémité de la pointe peut donc glisser librement. La poutre est de masse négligeable, de dimensions $a=500\ \mu\text{m}$, $b=80\ \mu\text{m}$, épaisseur $=10\ \mu\text{m}$ (selon e_y), largeur $l = 14\ \mu\text{m}$ (selon e_z), et de module de Young $E = 150\ \text{GPa}$.

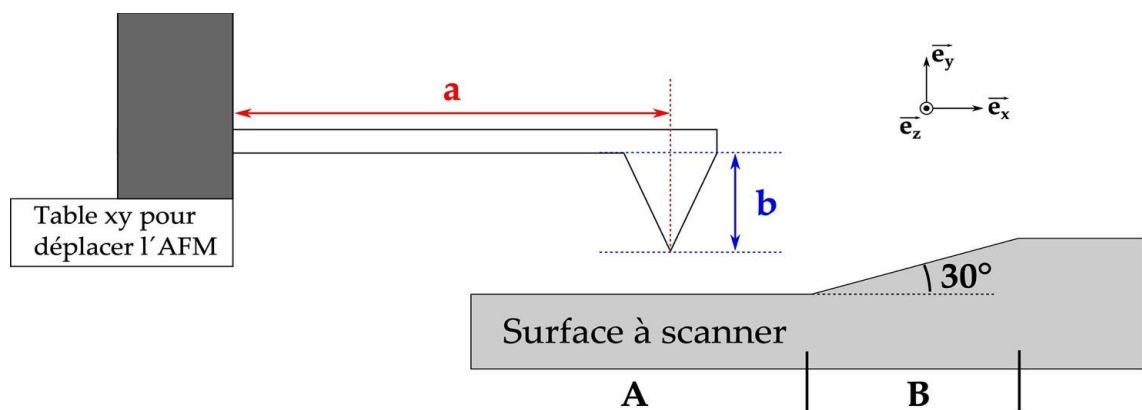


Figure 8b.1.1 | Pointe AFM pour scanner une surface.

Pour le premier cas (zone A), on approche la table en $-e_y$ jusqu'à ce que la déflexion verticale (selon e_y) de l'extrémité de la poutre soit de $\delta = 30\ \mu\text{m}$ à une distance a de l'encastrement.

- (a) A quelle distance de l'encastrement le moment de flexion interne de la poutre est-il maximal? Calculez ce moment.
- (b) En pratique, la force totale exercée par la surface sur la pointe AFM est inconnue (voir figure 8a.1.2). Elle est donc estimée en utilisant la formule : $F = k_{eff}\delta$. Déterminer la constante ressort k_{eff} de la poutre.

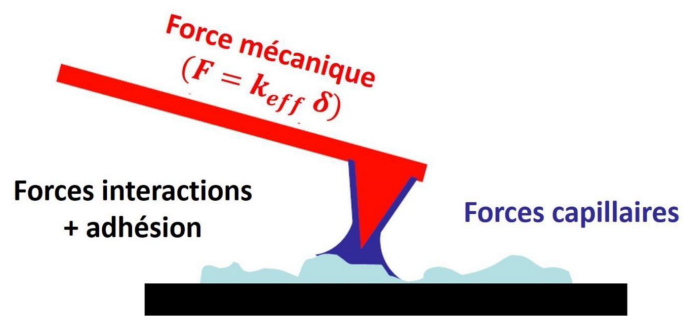


Figure 8b.1.2 | Forces exercées sur une pointe AFM : sont compliquées (forces d'adhésion, capillaires, van der Waals, etc.)

Pour le deuxième cas (zone B), la force de réaction de la surface B sur le bout de la pointe a une norme de 1 mN.

- (c) Calculer les réactions sur la poutre au niveau de l'encastrement.
- (d) Calculer l'angle $\theta(a)$ que fait la poutre par rapport à l'horizontale (e_x) à une distance a de l'encastrement.

Problème 8b.2 – Calcul de la déflexion d'une structure

Considérez le système présenté à la figure 3a. La structure de masse négligeable est composée de deux poutres (qui ont le même E et même I) formant un angle droit en C à tout instant.

La poutre de segment AC est encastree en A et on considère qu'elle ne peut fléchir que selon x (horizontalement). Pour la poutre CD, on considère qu'elle ne peut fléchir que selon y (verticalement). Deux forces F sont appliquées aux points B et D. Une force distribuée de densité F/L est appliquée sur le segment CD.

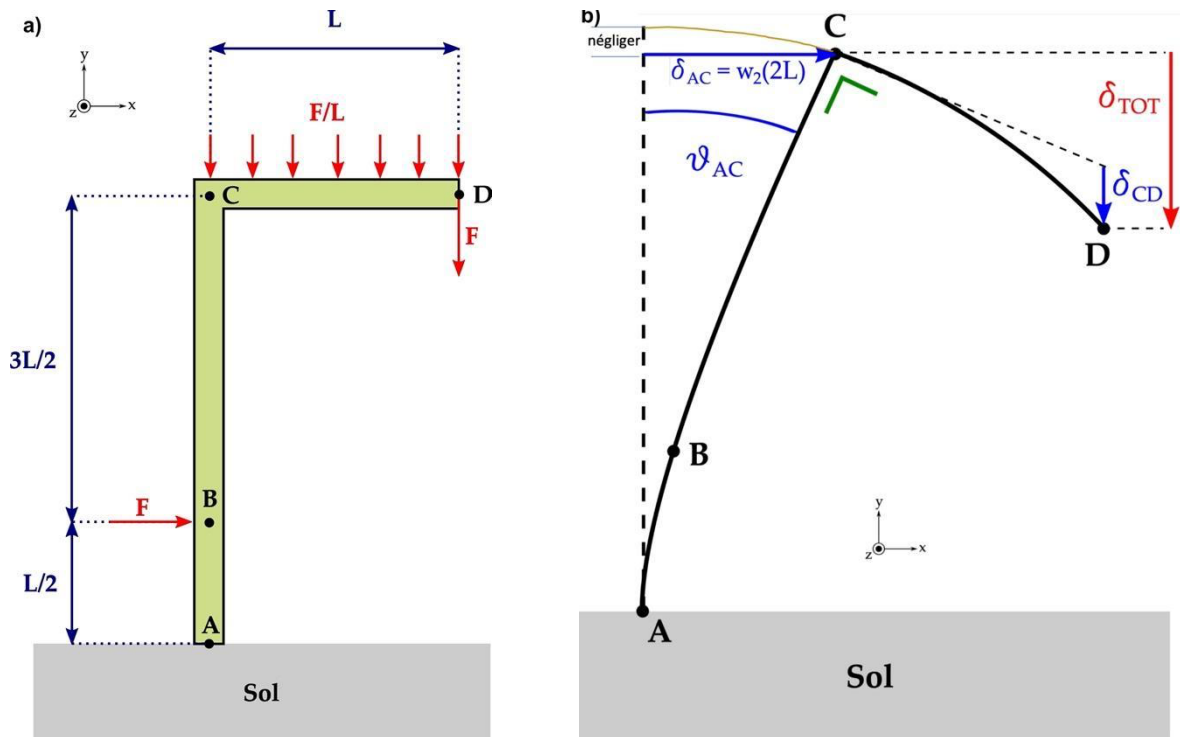


Figure 8b.2.1 | (a) Structure composée de deux poutres formant un angle droit entre elles.
(b) Schéma de la déflexion du point D.

A l'aide de la figure 8b.2.1, donnez l'expression de la déflexion totale δ_{TOT} du point D. Référez-vous à la figure pour bien comprendre la déflexion demandée (nous allons négliger le mouvement parasite du point C selon l'axe y). δ_{TOT} du point D est due à a) l'angle θ_{AC} de la poutre CD en C, et le fléchissement δ_{CD} de la poutre CD.

Indices :

- petits angles : $\sin(\theta) = \theta$
- 2 poutres : AC et CD
- la poutre CD est comme encastree dans la poutre AC
- Calculez l'angle θ_{AC} de la poutre AC en C, ce qui vous permet de trouver le mouvement de D selon y dû au fléchissement de la poutre AC.
- puis déflexion δ_{CD} selon y de poutre CD
- Exprimez votre résultat δ_{TOT} en fonction de F , L (et de E et de I).

Problème 8b.3 – Guidage flexible

La figure 8b.3.1 montre un guidage flexible. La lame et la tige ont une longueur L . Une force F est appliquée. **Dans chaque cas (soit force selon y , soit force selon z), déterminez la constante de rigidité du système complet.**

On considère la tige bleue et la lame grise comme des poutres faites d'un même matériau de module de Young E . La tige a un moment d'inertie $I_z = I_y$. La lame a une section de surface A , et un moment d'inertie $I_{x,lame}$.

Le bloc vert est indéformable. lame et poutre sont encastres dans le bloc vert. Le bloc ne tourne pas (pas de rotation, pure translation du bloc vert en y ou en z)

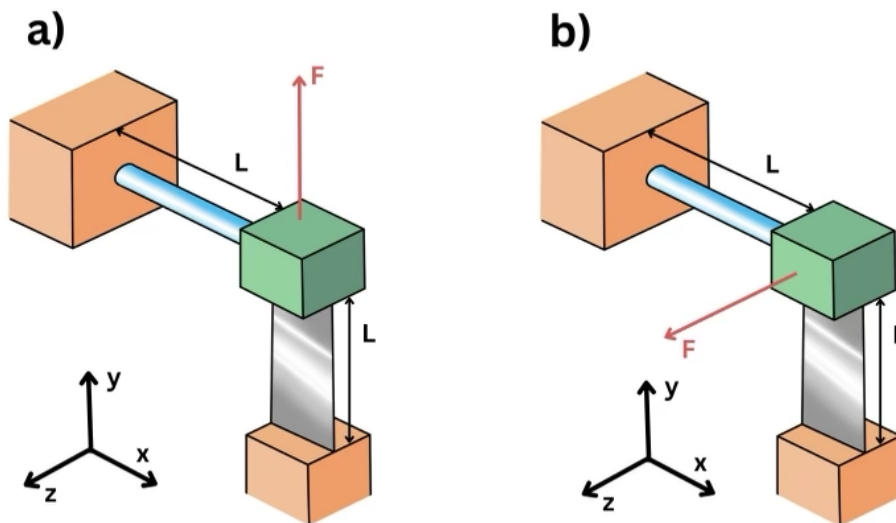


Figure 8b.3.1 | Guidage flexible. La force est appliquée a) selon e_y , b) selon e_z

Indices :

- Comme le bloc vert ne se déforme pas, nous devons avoir la même déflexion à l'extrémité de la tige et à l'extrémité de la lame.
- Comme il n'y a pas de rotation du bloc, on connaît l'angle de l'extrémité de la poutre (0°).

Problème 8b.4 – Energy Harvester (intéressant mais calcul long)

Le dispositif illustré à la figure 8b.4.1 a été fabriqué dans le labo EPFL-LMTS en 2012. C'est un récupérateur d'énergie piézoélectrique sur lequel on a ajouté une masse pour augmenter l'amplitude de déflexion, diminuer la fréquence de résonance et ainsi améliorer ses performances. Lors d'un processus d'optimisation, il a été constaté qu'un maximum d'énergie est récupéré quand la masse recouvre la moitié de la poutre. En ajoutant cette masse, la puissance récupérée a été augmentée par un facteur 20, et ce sans avoir changé les propriétés et dimensions du matériau piézoélectrique.

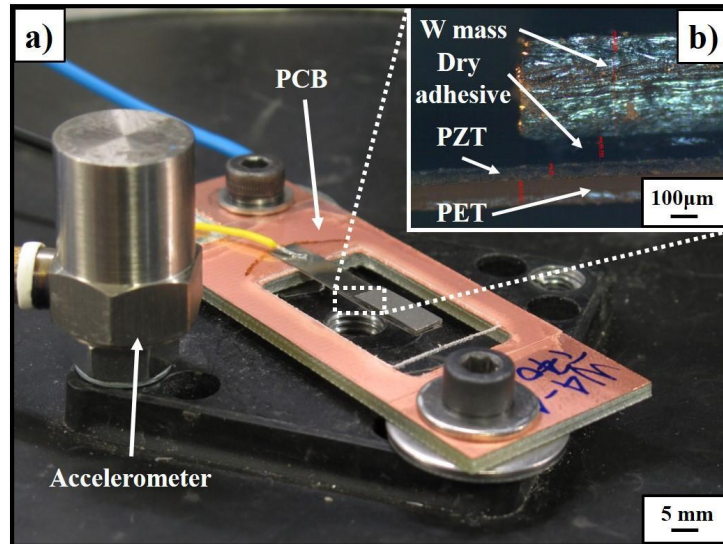


Figure 8b.4.1 | Récupérateur d'énergie (N. Besse et al., PowerMEMS 2012)

Dans cet exercice, on va chercher à évaluer l'influence de la masse ajoutée sur la déflexion statique de la poutre dû à son propre poids. Le récupérateur d'énergie est composé de plusieurs couches de matériaux différents et n'est pas symétrique par rapport au plan neutre (voir figure 8b.4.2a).

Mais pour simplifier les calculs, on considère un dispositif parfaitement symétrique par rapport au plan neutre (voir figure 8b.4.2b) composé de deux blocs uniformes juxtaposés. Le bloc 1 a une longueur l_1 , une épaisseur h_1 , une largeur b , une densité ρ_1 et un module de Young E_1 . Le bloc 2 a une longueur l_2 , une épaisseur h_2 , une largeur b , une densité ρ_2 et un module de Young E_2 .

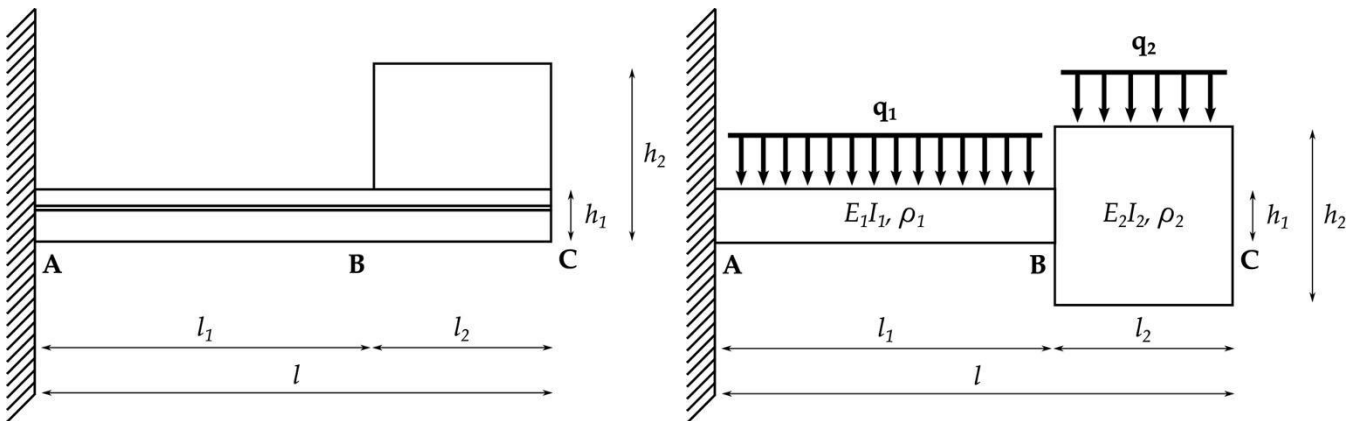


Figure 8b.4.2 | Schémas du récupérateur d'énergie : a) Dispositif réel (b) Dispositif équivalent, plus simple à évaluer

Pour la partie de gauche, on vous donne :

$$M_1(x) = -\frac{q_1}{2}(l_1^2 - 2l_1x + x^2) - \frac{q_2}{2}(l^2 - l_1^2 - 2lx + 2l_1x) \quad 0 < x < l_1 \quad (54)$$

Pour la partie de droite, on vous donne :

$$M_2(x) = -\frac{q_2}{2}(l^2 - 2lx + x^2) \quad l_1 < x < l \quad (55)$$

1. Donnez les 4 conditions limites nécessaires afin de déterminer la déflexion du système et notamment les équations de continuité au point B.
2. Trouvez la fonction $w(x)$ de déflexion du système. Les constantes d'intégrations sont pénibles. Vous pouvez utiliser votre outil préféré pour trouver des solutions analytiques.
3. Tracez la déflexion du système en fonction du ratio $\lambda = l_2/l = 1 - l_1/l$.

(Indice : Commencez par calculer le moment d'inertie pour une section rectangulaire $I_{1,2}$ et la force de pesanteur uniformément distribuée $q_{1,2}$ de chaque bloc en fonction de b , $h_{1,2}$ et $\rho_{1,2}$).

Pour l'application numérique, utilisez $E_1 = 10 \text{ GPa}$, $E_2 = 156.25 \text{ GPa}$, $h_1 = 200 \text{ }\mu\text{m}$, $h_2 = 800 \text{ }\mu\text{m}$, $\rho_1 = 3000 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_2 = 15000 \text{ kg m}^{-3}$, $l = l_1 + l_2 = 20 \text{ mm}$, $b = 2 \text{ mm}$.